

# 消除相位模糊的谐波相关复信号比值计算方法

林茂六, 孙洪剑, 姜 靖, 吴 群

(哈尔滨工业大学电子信息工程系, 黑龙江省哈尔滨 150001)

**摘要:** 本文阐述了在任意两个复信号谐波相关情况下, 通过引入第三个复信号作为参考, 使得在计算复信号比值时能保持时不变相位的计算方法. 从理论上证明了以基波作为参考复信号能消除相位模糊的方案是行之有效的, 并用简单的例子进行验证. 接下来, 将这种方案应用到射频大信号网络来分析非线性散射函数, 在实际应用中体现了这种算法具有广阔的应用前景.

**关键词:** 比值计算; 谐波相关; 相位模糊; 非线性大信号散射参数

**中图分类号:** TN98 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2006)06-1130-04

## A Method of Calculating Ratios That are Taken Between Two Harmonically Related Complex Signals

LIN Mao-liu, SUN Hong-jian, JIANG Jing, WU Qu

(Dept. of Electronics & Communication, HIT, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** We present a method for preserving time-invariant phase relationships, through introduce a third signal as a reference, when ratios are taken between two complex signals that are harmonically related. We prove that the theory taking fundamental signal as a reference to be able to eliminate the phase ambiguity is effective. After that we provide a simple example to illustrate this conclusion and show how to apply this technique when calculating nonlinear large-signal scattering function. In the practical application this algorithm manifests to have a broad application prospect.

**Key words:** calculating ratios; harmonically related; phase ambiguity; nonlinear large-signal scattering function

### 1 引言

如果两个复信号具有相同的频率  $\omega = 2\pi f$  时, 这两个复信号的比值可以用数学上的复数比值计算方法计算, 表达如下:

$$R = \frac{|x|}{|y|} \angle(\Phi_x - \Phi_y) \quad (1)$$

为了清楚地表达复信号的相位信息, 本文把复信号  $x$  和  $y$  分别用  $|x| \angle \Phi_x$  和  $|y| \angle \Phi_y$  表达; 此时, 这两个复信号的比值可以由式(1)精确的计算出来. 然而, 现代数字通信、雷达、电子对抗等电子系统应用的趋势是朝着更高功率电平驱动、更加复杂调制方案发展, 这种大信号条件使得系统中的电路(如射频功率放大器)呈现出非线性特性, 即电路的输出端出现了与输入激励信号频率相关的多种谐波分量. 因此在分析系统的非线性(如基波压缩特性、谐波失真、调幅/调相变换特性等)时需要计算具有不同的频率的两个复信号比值. 在计算二者比值时获得一个时不变的稳定相位通常是很困难的一件事<sup>[1]</sup>.

本文根据频率、时间、相位基本关系, 首先从概念上证明了在两个复信号谐波相关的条件下, 引入其基频分量的相位作为第三个参考信号可以保证任何两个谐波相关的复信号比值具有时不变相位. 然后, 举了一个简单的例子来演示这种方法; 最后, 把这种方法应用于实际的系统, 证明在弱非线性条件下<sup>[2]</sup>计算非线性大信号散射参数可得到时不变相位.

### 2 消除相位模糊的方案的推导与证明

假设非线性网络产生的仅仅是谐波相关的失真信号, 第  $n$  次谐波的角频率  $\omega_n$ , 则其瞬时相位  $\theta_n(t)$  是角频率  $\omega_n$  关于时间的积分, 即:

$$\theta_n(t) = \omega_n t + \theta_n = \int_{t_0}^{t_0+t} \omega_n dt + \theta_n, n = 1, 2, 3 \dots \quad (2)$$

式中  $\omega_n$  表示第  $n$  次谐波的角频率,  $\theta_n$  表示第  $n$  次谐波处的初始相位, 且  $0^\circ \leq \theta_n < 360^\circ$ ,  $t_0$  表示基波信号通过非线性网络时产生谐波后选定的初始时刻,  $t$  表示从初始时刻到信号从非线性网络输出时的时间间隔.

收稿日期: 2005-05-10; 修回日期: 2006-01-21

基金项目: 国家自然科学基金(No. 60372501); 武器装备研究基金(No. 51417050304HT0136); 电子测试技术国家重点实验室基金(No. 51487011504HT0101)

对于谐波相关情况,角频率存在如下关系:

$$\omega_n = n \omega_1, \quad n = 1, 2, 3 \dots \dots \quad (3)$$

由式(2)知,在*i*次和*j*次谐波处的瞬时相位如下:

$$\begin{aligned} \theta_i(t) &= \omega_i t + \theta_i = i \omega_1 t + \theta_i \\ \theta_j(t) &= \omega_j t + \theta_j = j \omega_1 t + \theta_j \end{aligned}, \quad i, j = 1, 2, 3, \dots \dots \quad (4)$$

式(4)中我们可以看到,瞬时相位中含有*i*ω<sub>1</sub>t 和*j*ω<sub>1</sub>t 项,这些是与时间相关的,在计算比值的相位时不消除这两项就不可能得到时不变相位;而另外一个重要问题就是一定要把不同谐波处的相位进行规一,这样才能进行比值的相位运算.下面,本文尝试对不同谐波处的相位进行规一化.

考虑两个处于*i*次和*j*次谐波处的谐波相关的复信号*x<sub>i</sub>*和*y<sub>j</sub>*,分别表示如下:

$$\mathbf{x}_i = |\mathbf{x}_i| \angle \theta_{x_i}, \text{ 和 } \mathbf{y}_j = |\mathbf{y}_j| \angle \phi_{y_j} \quad (5)$$

式中*i*和*j*都是正整数,分别代表两个复信号是处于*i*次和*j*次谐波;|*x<sub>i</sub>*|和|*y<sub>j</sub>*|分别代表谐波的幅度,相位θ是在各自的频率上定义的,并以度数作为单位,以360°为模.(即:0° ≤ θ < 360°)

为了运算方便对其进行归一化.若以*i*次谐波作为参考,将*j*次谐波上定义的相位向*i*次谐波上定义的相位转换.由于两个复信号是谐波相关的,我们可以通过在相位θ<sub>*y<sub>j</sub>*</sub>前乘以一个系数*i/j*来实现相位的转换.所以,两个谐波相关的复信号比值的通用表达式为:

$$\mathbf{R}_{ij} = \frac{|\mathbf{x}_i|}{|\mathbf{y}_j|} \angle \left[ \theta_{x_i} - \frac{i}{j} \theta_{y_j} \right], \quad i, j = 1, 2, 3 \dots \dots \quad (6)$$

注意,这里的比值的相位是在第*i*次谐波上定义的,而且,θ<sub>*x<sub>i</sub>*</sub>和θ<sub>*y<sub>j</sub>*</sub>指的是第*i*次和第*j*次谐波信号在非线性网络输出端口的相位,这分别与式(4)中的θ<sub>*i*</sub>(*t*)和θ<sub>*j*</sub>(*t*)等价,但是要对360°取模,即:

$$\begin{aligned} \theta_{x_i} &= [\theta_i(t)]_{\text{mod } 360^\circ} = [i \omega_1 t + \theta_i]_{\text{mod } 360^\circ} \\ \theta_{y_j} &= [\theta_j(t)]_{\text{mod } 360^\circ} = [j \omega_1 t + \theta_j]_{\text{mod } 360^\circ} \end{aligned}, \quad i, j = 1, 2, 3 \dots \dots \quad (7)$$

式(7)代入式(6),得到:

$$\mathbf{R}_{ij} = \frac{|\mathbf{x}_i|}{|\mathbf{y}_j|} \angle \left[ [i \omega_1 t + \theta_i]_{\text{mod } 360^\circ} - \frac{i}{j} [j \omega_1 t + \theta_j]_{\text{mod } 360^\circ} \right], \quad i, j = 1, 2, 3 \dots \dots \quad (8)$$

但是,上式存在着问题,取模运算会与时间间隔*t*的取值有关,这必然会带来相位模糊:

$$\mathbf{R}_{ij} = \frac{|\mathbf{x}_i|}{|\mathbf{y}_j|} \angle \left( [i \omega_1 t + \theta_i - h \times 360^\circ] - \frac{i}{j} [j \omega_1 t + \theta_j - m \times 360^\circ] \right), \quad i, j = 1, 2, 3 \dots \dots; h, m = 0, 1, 2, 3 \dots \dots \quad (9)$$

式(9)中*h*和*m*的取值与[iω<sub>1</sub>t + θ<sub>*i*</sub>]<sub>mod 360°</sub>和[jω<sub>1</sub>t + θ<sub>*j*</sub>]<sub>mod 360°</sub>的模运算有关,式(9)化简得:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{ij} &= \frac{|\mathbf{x}_i|}{|\mathbf{y}_j|} \angle \left( [\theta_i - \frac{i}{j} \theta_j] - [(h - \frac{i}{j} m) \times 360^\circ] \right) \\ &= \frac{|\mathbf{x}_i|}{|\mathbf{y}_j|} \angle \left( [\theta_i - \frac{i}{j} \theta_j] + (\frac{i}{j} m) \times 360^\circ \right) \end{aligned}$$

$$, i, j = 1, 2, 3 \dots \dots; h, m = 0, 1, 2, 3 \dots \dots \quad (10)$$

式(10)中,当*i/j*不是整数的时候就会给我们带来相位模糊,而且,相位模糊是360°/*j*.为了避免相位模糊,我们尝试以第*n*次谐波的第三个复信号*z<sub>n</sub>*作为参考信号来修正式(6),结果如下:

$$\mathbf{R}_{ij} = \frac{|\mathbf{x}_i|}{|\mathbf{y}_j|} \angle \left[ (\theta_{x_i} - \frac{i}{n} \theta_{z_n})_{\text{mod } 360^\circ} - \frac{i}{j} (\phi_{y_j} - \frac{j}{n} \theta_{z_n})_{\text{mod } 360^\circ} \right], \quad i, j, n = 1, 2, 3 \dots \dots \quad (11)$$

式(11)中,仍然存在着相同的问题,如果系数*i/n*或*j/n*不是整数,其比值的相位仍然是模糊的,但是引入参考信号带来了好处,即*i/n*和*j/n*是可以同时化成整数的,而式(10)中*i/j*是没法改变的.这里取*n = 1*就可以满足*i/n*和*j/n*同时为整数的条件,得到:

$$\mathbf{R}_{ij} = \frac{|\mathbf{x}_i|}{|\mathbf{y}_j|} \angle \left[ (\theta_{x_i} - i \theta_{z_1})_{\text{mod } 360^\circ} - \frac{i}{j} (\theta_{y_j} - j \theta_{z_1})_{\text{mod } 360^\circ} \right], \quad i, j = 1, 2, 3 \dots \dots \quad (12)$$

再次把式(7)代入,得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{ij} &= \frac{|\mathbf{x}_i|}{|\mathbf{y}_j|} \angle \left[ \left( [i \omega_1 t + \theta_i]_{\text{mod } 360^\circ} - i [ \omega_1 t + \theta_1 ]_{\text{mod } 360^\circ} \right)_{\text{mod } 360^\circ} \right. \\ &\quad \left. - \frac{i}{j} \left( [j \omega_1 t + \theta_j]_{\text{mod } 360^\circ} - j [ \omega_1 t + \theta_1 ]_{\text{mod } 360^\circ} \right)_{\text{mod } 360^\circ} \right], \quad i, j = 1, 2, 3 \dots \dots \quad (13) \end{aligned}$$

式(13)也可以写成:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{ij} &= \frac{|\mathbf{x}_i|}{|\mathbf{y}_j|} \angle \left[ \left( [i \omega_1 t + \theta_i - a \times 360^\circ] - i [ \omega_1 t + \theta_1 - b \times 360^\circ ] \right)_{\text{mod } 360^\circ} \right. \\ &\quad \left. - \frac{i}{j} \left( [j \omega_1 t + \theta_j - c \times 360^\circ] - j [ \omega_1 t + \theta_1 - d \times 360^\circ ] \right)_{\text{mod } 360^\circ} \right] \\ &= \frac{|\mathbf{x}_i|}{|\mathbf{y}_j|} \angle \left[ (\theta_i - i \theta_1 - (a - i \times b) \times 360^\circ)_{\text{mod } 360^\circ} \right. \\ &\quad \left. - \frac{i}{j} (\theta_j - j \theta_1 - (c - j \times d) \times 360^\circ)_{\text{mod } 360^\circ} \right] \\ &= \frac{|\mathbf{x}_i|}{|\mathbf{y}_j|} \angle \left[ (\theta_i - i \theta_1)_{\text{mod } 360^\circ} - \frac{i}{j} (\theta_j - j \theta_1)_{\text{mod } 360^\circ} \right], \end{aligned}$$

*i, j = 1, 2, 3, …, a, b, c, d* 是由取模运算得到的整数 (14)

另外注意:0° ≤ θ<sub>*n*</sub> < 360°,如果满足θ<sub>*i*</sub> = 0°,则式(14)化简为:

$$\mathbf{R}_{ij} = \frac{|\mathbf{x}_i|}{|\mathbf{y}_j|} \angle \left[ \theta_i - \frac{i}{j} \theta_j \right], \quad i, j = 1, 2, 3 \dots \dots \quad (15)$$

由式(15)可以看出,通过引入谐波相关的两个复信号的基频分量的相位作为第三个参考信号可以使它们比值的相位只与这两个复信号的初始时刻相位有关,而与时间无关,消除了相位模糊.由此,应用这种方法可以保证任何两个谐波相关的复信号比值具有时不变相位.

接下来,讨论引入第三个参考信号(基频信号)相位θ<sub>*z<sub>1</sub>*</sub>(即θ<sub>1</sub>(*t*))作为参考的可行性.由式(7)可知:

$$\theta_{z_1} = [\theta_1(t)]_{\text{mod } 360^\circ} = [\omega_1 t + \theta_1]_{\text{mod } 360^\circ} \quad (16)$$

由式(12)可以看出,第三个参考信号(基频信号)相位θ<sub>*z<sub>1</sub>*</sub>

是指的是非线性网络输出端基频信号的相位, 这个相位我们是可以精确测得的; 同时, 我们也能得到谐波相关的两个复信号的相位  $\theta_{x_i}$  和  $\theta_{y_j}$ , 选择在  $\theta_1 = 0^\circ$  时刻为初始时刻  $t_0$ , 注意这里的  $\theta_1$  不同于我们说的初始相位, 它指的是基波在初始时刻的相位, 我们是把基波的相位  $\theta_1 = 0^\circ$  的这一时刻选为初始时刻  $t_0$ ; 再把这三个相位代入式 (12), 即可得到比值的时不变相位。

### 3 计算实例

下面, 举一个简单的例子来对比分析应用这种方法的优点。

首先选取产生谐波后当参考信号  $z_1 = 1 \angle 0^\circ$  的这一时刻作为初始时刻,  $z_1$  的幅度可以是任意的; 假设初始时刻的被除数  $x_2 = 1.2 \angle 50^\circ$ , 除数是  $y_3 = 0.8 \angle 130^\circ$ , 即初始时刻的相位  $\theta_2 = 50^\circ, \theta_3 = 130^\circ$ ; 再假设经过某一时间间隔  $t$ , 例如  $1t$  使得  $z_1$  的相位增加  $100^\circ$ , 则  $\theta_{x_2} = \theta_2(t) = 2 \times \omega t + \theta_2 = 2 \times \omega t + 50^\circ = 250^\circ, \theta_{y_3} = \theta_3(t) = 3 \times \omega t + \theta_3 = 3 \times \omega t + 130^\circ = 430^\circ = 70^\circ$  即  $y_3 = 0.8 \angle 70^\circ$ ; 类似地, 经过  $2t$  时间间隔时  $x_2 = 1.2 \angle 90^\circ, y_3 = 0.8 \angle 10^\circ$ 。

接下来, 考虑把上述数据代入上节所述的各个式子中验证相位变化的规律。由上知  $i = 2, j = 3$ , 代入式 (6)、(12) 得到式 (17)、(18) 如下:

$$R_{23} = \frac{|x_2|}{|y_3|} \angle \left[ \theta_{x_2} - \frac{2}{3} \theta_{y_3} \right] \quad (17)$$

$$R_{23}^* = \frac{|x_2|}{|y_3|} \angle \left[ (\theta_{x_2} - 2\theta_{z_1}) - \frac{2}{3}(\theta_{y_3} - 3\theta_{z_1}) \right] \quad (18)$$

这里的  $R_{23}^*$  是为与传统的计算方法相区分, 表示以基波相位作为第三个参考信号情况下的谐波比值。

把上述初始时刻、经过  $1t$  和  $2t$  时间间隔时的除数和被除数的幅度和相位值代入式 (17)、(18), 得到  $R_{23}$  和  $R_{23}^*$  如表 1 所示。

表 1 初始时刻、经过  $1t$  和  $2t$  时间间隔时的复信号比值相位对比

复信号	初始时刻	经过 $1t$ 时间	经过 $2t$ 时间
$z_1$	$z_1 = 1 \angle 0^\circ$	$z_1 = 1 \angle 100^\circ$	$z_1 = 1 \angle 200^\circ$
$x_2$	$x_2 = 1.2 \angle 50^\circ$	$x_2 = 1.2 \angle 250^\circ$	$x_2 = 1.2 \angle 90^\circ$
$y_3$	$y_3 = 0.8 \angle 130^\circ$	$y_3 = 0.8 \angle 70^\circ$	$y_3 = 0.8 \angle 10^\circ$
$R_{23}$	$1.5 \angle 323.33^\circ$	$1.5 \angle 203.33^\circ$	$1.5 \angle 83.33^\circ$
$R_{23}^*$	$1.5 \angle 323.33^\circ$	$1.5 \angle 323.33^\circ$	$1.5 \angle 323.33^\circ$

观察表 1, 我们不难看出由式 (17) 所计算出的比值  $R_{23}$  的相位是随着时间的变化而变化的, 存在着相位模糊, 不利于我们的计算与应用; 而由式 (18) 所计算的  $R_{23}^*$  的相位则是时不变的, 这就是引入基波作为第三个参考信号给谐波相关的复信号比值计算带来的好处。

### 4 在计算非线性大信号散射参数中的应用

下面, 我们把上述结论应用于实际的非线性大信号散射参数的测量与计算应用中, 这种方法的明显好处是它可

以维持两个谐波相关的复信号比值有一个时不变相位, 消除了相位模糊。在实际系统中, 线性 S-参数和非线性大信号  $\zeta$ -参数都是描述成散射波与入射波幅度的比值; 然而, 与线性 S-参数不同的是: 非线性器件中, 能量往往能被转换到其他的频率上<sup>[3]</sup>。所以, 在计算非线性大信号  $\zeta$  参数中, 必须考虑输入和输出波的谐波成分, 尤其是散射波的谐波成分。为简单起见, 我们把二端口器件的 1 端口以频率为  $f_1$  的单音信号进行激励(这种模型与功率放大器和倍频器的实际情况相同)的模型。当然, 也可以推广到任意数目的端口和多激励且会有谐波相关的器件中。

下面举一个实际例子, 该例中应用了文献[4]中的建模实验数据。该实验采用了  $0.5 \mu\text{m}$  的 MESFET 射频功率器件。实验测量设备是比利时布鲁塞尔大学经校准后的大信号网络分析仪的原型装置。实验中基波信号频率为  $2\text{GHz}$ , 实验系统带宽为  $20\text{GHz}$ 。测量数据包括入射波和散射波的基波和谐波分量的幅度与相位信息。实验中大信号设置为  $a_{11}$ , 栅极电压偏置为  $-1.5\text{V}$ , 漏极电压偏置为  $3\text{V}$ , 并使用了有源负载谐波牵引技术<sup>[5,6]</sup>。

我们利用上述方法计算出了不同输入幅度时的非线性大信号散射参数  $\zeta_{2111}$  和  $\zeta_{2131}$  的幅度和相位, 绘制成图 1 和图 2。在图 1 中我们看到  $\zeta_{2111}$  的幅度从  $|a_{11}| = -20\text{dBm}$  时的  $15.6\text{dB}$  下降到  $|a_{11}| = 10\text{dBm}$  时的  $8.5\text{dB}$ ; 但其相位仍然近似地保持在原来的  $136^\circ$  左右。

在图 2 中, 可以看到  $\zeta_{2131}$  的幅度从  $|a_{11}| = -20\text{dBm}$  时的  $-46.5\text{dB}$  增加到  $|a_{11}| = 10\text{dBm}$  时的  $-5.9\text{dB}$ , 而相位在  $-137^\circ$  与  $-120^\circ$  之间变化。这两个图实际上反映的是待测器件在大信号环境下的基波压缩、谐波失真(三次谐波)和 AM/PM 转换特性。

### 5 结论

通过证明与深入的分析谐波相关的复信号比值的计算方法, 由计算实例与真实实验数据可以看出引入谐波相

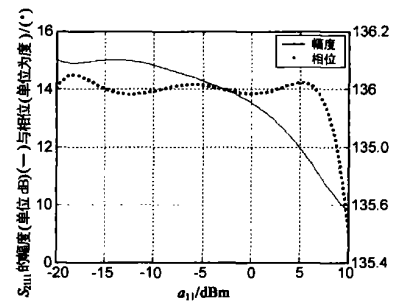


图 1 在 1 端口输入基频信号 2 端口输出基频信号情况下的散射参数  $\zeta_{2111}$  的幅度与相位

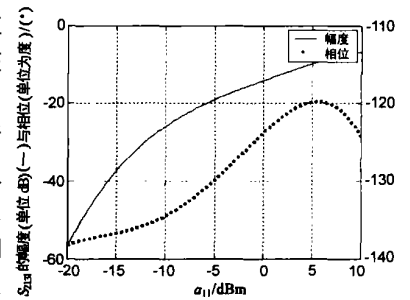


图 2 在 1 端口输入基频信号 2 端口输出三次谐波信号情况下的散射参数  $\zeta_{2131}$  的幅度与相位

关的两个复信号的基频信号的相位作为参考的确给二者的比值计算带来了极大的方便, 可以消除其经过非线性网络所带来的相位模糊, 获得时不变相位; 但是, 这种方法也是有限制条件的, 即首先系统要满足弱非线性条件, 而且在两个复信号谐波相关条件下才可以应用, 对于那些谐波不相关的两个复信号的比值还无法得到时不变相位. 后续工作是要探索谐波不相关信号的比值计算问题.

#### 参考文献:

- [1] Jeffrey Jargon, et al. Calculating ratios of harmonically related, complex signals with application to nonlinear large signal scattering parameters [ A ]. 60th ARFTG Conference Digest [ C ]. US: IEEE MTT, 2002. 113- 122.
- [2] Jan Verspecht, et al. Linearization of Large signal scattering functions [ J ]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2005, 53( 4 ): 1369- 1376.
- [3] J A Jargon, et al. A method of developing frequency-domain models for nonlinear circuits based on Large signal measurements [ A ]. 58th ARFTG Conference Digest [ C ]. US: IEEE MTT, 2001. 35- 48.
- [4] 林茂六, 于海雁. 一种新的大信号射频功率器件建模方法 [ J ]. 电子学报, 2003, 31( 9 ): 1320- 1323.  
LIN Mao-liu, YU Hai-yan. A novel Large signal modeling method for RF power components [ J ]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31( 9 ): 1320- 1323. ( in Chinese )
- [5] A Cidronali, et al. Millimeter-wave FET modeling using our wafer measurements and EM simulation [ J ]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2002, 50( 2 ): 425- 432.

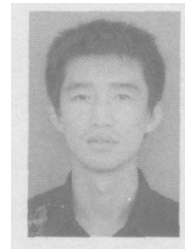
- [6] Jan Verspecht, et al. Accurate on wafer measurement of phase and amplitude of the spectral components of incident and scattered voltage waves at the signal ports of a nonlinear microwave device [ A ]. IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest [ C ]. US: IEEE MTT, 1995. 1029- 1032.

#### 作者简介:



林茂六 男, 1943 年 10 月出生于江西省, 1967 年毕业于成都电讯工程学院电讯系, 现任哈尔滨工业大学电子与通信工程系教授, 博士生导师, IEEE 高级会员, 中国电子学会高级会员, 中国电子学会电子测量分会理事. 目前主要研究领域为 NOSE TO-NOSE 校准技术、超 S 参数大信号射频网络分析、射频器件大信号建模、视频图像可伸缩性编解码技术等. E mail: mllin@ hope.

hit. edu. cn



孙洪剑 男, 1979 年 12 月出生于吉林省, 现就读于哈尔滨工业大学电子与信息工程系, 在读硕士生研究生, 主要兴趣为神经网络应用, 统计学理论支持向量机与非线性网络分析.  
E mail: shj1. 1@ 163. com



姜靖 女, 1983 年 3 月出生于大庆市, 现就读于哈尔滨工业大学通信工程系, 在读硕士生研究生, 主要兴趣为集群通信与非线性建模方法研究. E mail: jjshj@ 163. com